

وارون سازی دوبعدی داده‌های گرانی‌سنجی در شناسایی سنگ کف آبخوان‌ها (مطالعه موردی: بخشی از دشت قطروم استان یزد)

علی پاسیار؛ دانشجوی دکترای مهندسی معدن - اکتشاف، دانشکده مهندسی معدن و متالورژی، دانشگاه یزد

عبدالحمید انصاری*؛ دانشیار و عضو هیئت‌علمی، دانشکده مهندسی معدن و متالورژی، دانشگاه یزد

احمد قربانی؛ دانشیار و عضو هیئت‌علمی، دانشکده مهندسی معدن و متالورژی، دانشگاه یزد

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۸/۰۹/۲۰

تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۰۵/۰۲

چکیده

اولین قدم برای بررسی آبخوان‌ها و اکتشاف آب‌های زیرزمینی شناخت عمق و هندسه سنگ کف آن‌هاست. روش‌های ژئوفیزیک نقش مهمی در بررسی آبخوان‌ها ایفا می‌کنند. زیرا این روش‌ها یگانه راه شناسایی ساختارهای زیرسطحی عمیق با هزینه‌ای کمتر از روش‌های مستقیم، مثل حفاری، هستند. با توجه به پیچیدگی رسوبات آبرفتی از لحاظ جنس و دانه‌بندی و همچنین جنس و عمق سنگ کف، نحوه مدل‌سازی‌های ژئوفیزیکی و رسیدن به نتیجه مورد انتظار اهمیت بالایی دارد. حل مسائل نامعین، که تعداد پارامترهای ناشناخته بیشتر از تعداد مشاهدات و اندازه‌گیری‌ها باشد (به دلیل فقدان داده کافی)، بر اساس فیزیک مسئله، در دستگاه معادلات مشتقات جزئی امکان‌پذیر است. وارون‌سازی یکی از راه‌های مفید برای ایجاد یک مدل منطقی و ارتباط بین نتایج مشاهدات و اندازه‌گیری‌هاست. در تحقیق پیش رو، یک قالب برای حل مسائل وارون نامعین در نرم‌افزار کامسول ارائه می‌شود که در گستره وسیعی از سیستم‌های فیزیکی تابع قوانین معادله مشتقات جزئی کاربرد دارد. ابتدا با استفاده از چند مدل مصنوعی و ایجاد داده‌های مصنوعی (مدل‌سازی پیشرو) وارون‌سازی دوبعدی گرانی‌سنجی در نرم‌افزار کامسول اجرا و اعتبارسنجی شد. سپس با استفاده از داده‌های گرانی‌سنجی واقعی، که به صورت دوبعدی در بخشی از دشت قطروم برداشت شده است، ساختار جانبی سنگ کف در طول دو پروفیل بررسی و با نمودار چاه‌های موجود در این پروفیل‌ها تطبیق داده شد. نتایج نشان داد این روش، ضمن سرعت بالا در محاسبات، قابلیت تفکیک مناطق با اختلاف چگالی کم را با دقت قابل قبول دارد. کلیدواژگان: آبخوان، قطروم، کامسول، گرانی‌سنجی، وارون‌سازی.

مقدمه

روش‌های ژئوفیزیک مختلفی برای بررسی هندسه و ساختارهای زیرسطحی، به صورت کاربردی، وجود دارد. متداول‌ترین روش‌های ژئوفیزیکی در بررسی آبخوان‌ها روش‌های مقاومت ویژه الکتریکی است. این روش به صورت یک‌بعدی (سونداژ الکتریکی) و دوبعدی و سه‌بعدی به کار می‌رود.

برای بررسی تغییرات جانبی ساختار و هندسه سنگ کف در طول یک پروفیل، روش‌های یک‌بعدی در مواردی که تغییرات در دو بعد زیاد باشد، محدودیت دارند. همچنین روش‌های دوبعدی مقاومت ویژه الکتریکی، مثل توموگرافی مقاومت ویژه الکتریکی، در عمق‌های زیاد محدودیت دارند. استفاده از سیستم‌های فرستنده قوی و کابل‌های با طول خیلی زیاد برای فواصل الکترونی بیشتر از ۱۰۰ متر، جهت دریافت سیگنال‌های قوی و کاهش نسبت سیگنال به نویز، هم از لحاظ لجستیکی دشوار است هم هزینه بالایی بر تحمیل پروژه می‌کند.

اولین بار اشتورتس و همکارانش در سال ۲۰۰۰ به صورت جدی با پیشرفت تکنولوژی و دستیابی به تجهیزات مناسب یک برداشت توموگرافی با مقیاس بزرگ در کشور آلمان در کنار پروژه عملیاتی^۱ KTB انجام دادند. در این برداشت توموگرافی عمیق یک پروفیل با طول ۲۱ کیلومتر و فاصله الکترونی ۵۰۰ متر با آرایه دوقطبی - دوقطبی برداشت شد و مشکلات پیش رو را برای برداشت داده‌های مطمئن نشان داد. عمق بررسی در این پروفیل حدود ۴ کیلومتر و هدف آن مطالعه واحدهای زمین‌شناسی در مقیاس ناحیه‌ای بود و در تفکیک واحدهای زمین‌شناسی شفافیت بالایی نداشت (استورز^۲ و همکاران ۲۰۰۰). بعد از اشتورتس و همکارانش، پژوهش‌هایی در مقیاس‌های مختلف و دقت بالاتر توسط افراد مختلف انجام شد (کوللا^۳ و همکاران ۲۰۰۴؛ تامبوریلو^۴ و همکاران ۲۰۰۸؛ سنتیلانو^۵ و همکاران ۲۰۱۵؛ بالاسکو^۶ و همکاران ۲۰۰۸؛ جیوکی^۷ و همکاران ۲۰۰۸؛ بالاکو^۸ و همکاران ۲۰۱۱). در این پژوهش‌ها از سیستم‌های ارسال جریان قدرتمند با توانایی ارسال جریان الکتریکی بین ۲ تا ۱۰ آمپر در طول‌های بیشتر از ۴ کیلومتر استفاده شده است. پتانسیل‌های دریافتی طی زمان ۵ تا ۲۰ دقیقه را ولت‌مترهای مجهز به سیستم ارسال داده از راه دور ثبت و پردازش کرده بودند.

علاوه بر محدودیت‌های لجستیکی و هزینه بالایی تجهیزات، از دیگر معایب استفاده از روش‌های دوبعدی مقاومت ویژه الکتریکی در بررسی ساختار سنگ کف و ضخامت رسوبات آبرفتی، وجود لایه‌های کم‌مقاوم رسی و بعضاً شور در آبخوان‌های کشور، به‌خصوص آبخوان‌های ایران مرکزی، است که باعث افت شدید اختلاف پتانسیل دریافتی و کاهش نسبت سیگنال به نویز خواهد شد.

هدف اصلی از این پژوهش مطالعه ساختار سنگ کف به صورت دوبعدی با استفاده از روش گرانی‌سنجی بود که ضمن تفکیک قابل قبول مرز سنگ کف و آبرفت، حتی با اختلاف دانسیته کم، محدودیت‌های روش‌های یک‌بعدی و دوبعدی مقاومت ویژه الکتریکی، مثل استفاده از تجهیزات قدرتمند و حجم عظیم کابل‌ها و متعلقات، را ندارد و از لحاظ لجستیکی بسیار ساده‌تر و هزینه‌های آن نیز در برداشت‌های عمیق بسیار کمتر است. همچنین، مزیت این روش نسبت به روش مغناطیس، که در تفکیک ساختارها و سنگ‌شناسی کاربرد دارد، این است که در صورت وجود سنگ کف رسوبی غیرمغناطیسی، مثل سنگ آهک و ماسه‌سنگ و مارن‌های فشرده و ...، روش مغناطیس‌سنجی حساسیت کمتری نسبت به روش گرانی‌سنجی در تفکیک این لایه‌ها نشان می‌دهد.

1. German Continental Deep Drilling Project
2. Storz
3. Colella
4. Tamburriello
5. Santilano
6. Balasco
7. Giocoli
8. Balacco

روش مدل‌سازی وارون یکی از روش‌های مفید در درک واقعیت پدیده‌های فیزیکی در زمین است. این روش‌ها در تفسیر انواع روش‌های ژئوفیزیکی به محققان علوم زمین در این حوزه کمک می‌کند. در این پژوهش مسائل مربوط به مدل‌سازی روش گرانی‌سنجی با حل معادلات پواسون و شرایط مرزی مناسب، به منظور مطالعه سنگ کف آبخوان‌ها و اکتشاف آب‌های زیرزمینی، بررسی شد. در این زمینه قبلاً تالوانی و همکارانش معادلات و روابط مربوط به گرانی و مغناطیس‌سنجی را در سال‌های ۱۹۵۹ و ۱۹۶۴ در محیط‌های دوبعدی و در سال‌های ۱۹۶۰ و ۱۹۶۵ برای اشکال سه‌بعدی ارائه دادند تلاوینی^۱ و همکاران ۱۹۵۹؛ تلاوینی و اوینگ ۱۹۶۰؛ تلاوینی و هیرتزلر ۱۹۶۴؛ تلاوینی (۱۹۶۵). همچنین حل عددی معادله پواسون برای تعیین شتاب ثقل را پیش‌تر ژانگ و همکارانش در سال ۲۰۰۴ و فارکواریسون و موشر در سال ۲۰۰۹ انجام داده‌اند (ژانگ^۲ و همکاران ۲۰۰۴؛ فراکواریسون^۳ و موشر ۲۰۰۹). نرم‌افزار کامسول^۴ نرم‌افزاری با محیط مدل‌سازی اجزای محدود و دارای قابلیت حل عددی معادلات حاکم بر انواع هندسه‌هاست. در پژوهش‌های متعدد با کمک این نرم‌افزار پارامترهای مختلف مثل مقاومت ویژه الکتریکی، گرانی‌سنجی، پلاریزاسیون القایی، هدایت هیدرولیکی در آبخوان‌ها، مدل‌سازی و بررسی شده است (باتلر^۵ و سینها ۲۰۱۲؛ کرادیف^۶ و کیتانیدیس ۲۰۰۸؛ کالاواگونتتا^۷ و ولر ۲۰۰۵؛ پارک^۸ و همکاران ۲۰۱۰؛ ولکمان^۹ و همکاران ۲۰۰۸؛ استول^{۱۰} ۲۰۰۵؛ بران^{۱۱} و همکاران ۲۰۰۵). مثلاً باتلر و سینها در سال ۲۰۱۲، با تغییر در معادلات الکترواستاتیک، مدل پیشروی گرانی را در نرم‌افزار کامسول اجرا کردند. در این مدل از شرایط مرزی نامتناهی برای کاهش قابل توجه حجم محاسبات استفاده شد (باتلر و سینها ۲۰۱۲) (همچنین، کرادیف و کیتانیدیس نخستین کسانی بودند که در سال ۲۰۰۸ تکنیکی برای حل مسائل نامعین^{۱۲} به منظور تخمین هدایت هیدرولیکی یک آبخوان در نرم‌افزار کامسول ارائه دادند. آن‌ها از یک تابع کمکی برای کاهش حجم محاسبات در مسائل وارون استفاده کردند (کرادیف^{۱۳} و کیتانیدیس ۲۰۰۸).

به مسائلی که تعداد پارامترهای ناشناخته آن بیش از تعداد اندازه‌گیری‌ها و مشاهدات باشد مسائل نامعین گفته می‌شود. در مسائل نامعین و غیر خطی حل ماتریس حساسیت بیشترین زمان را در حل دستگاه معادلات صرف خواهد کرد؛ درحالی‌که در این روش، با استفاده از یک راه‌کار قدرتمند، به نام فرم ضریب^{۱۴}، در حل معادله مشتقات جزئی، زمان محاسبه ماتریس حساسیت، بدون از دست رفتن دقت، بسیار کاهش می‌یابد. برخلاف کدهای وارون‌سازی، که برای یک کاربرد (یک سیستم فیزیکی) خاص طراحی و نوشته می‌شوند، این روش در گستره‌ای وسیع از سیستم‌های فیزیکی تابع قوانین حاکم بر حل معادلات مشتقات جزئی کاربرد دارد. مزیت اصلی کامسول، ضمن انعطاف‌پذیری بالا و کاربرد دوست بودن آن، این است که اجازه ارتباط بین فیزیک‌های مختلف را فراهم می‌سازد.

1. Talwani
2. Zhang
3. Farquharson
4. COMSOL
5. Butler
6. Cardiff
7. Kalavagunta
8. Park
9. Volkmann
10. Stoll
11. Braun
12. underdetermined
13. Cardiff
14. coefficient form

مواد و روش‌ها

مدل‌سازی پیشروی گرانی‌سنجی

تفاوت در توزیع چگالی مواد، در زیر سطح زمین، باعث تفاوت در مقدار شتاب جاذبه در مؤلفه قائم زمین می‌شود و این مؤلفه در سطح زمین قابل اندازه‌گیری است. نرم‌افزار کامسول بخشی به عنوان گرانی و معادلات مربوط به آن ندارد. اما، از آنجا که مسائل گرانی‌سنجی و الکترواستاتیک از معادله پواسون مشتق می‌شوند، یک مدل گرانی می‌تواند با تغییر در ثابت دی‌الکتریک در بخش الکترواستاتیک نرم‌افزار کامسول ایجاد شود. معادله پواسون در ارتباط با پتانسیل گرانشی (U) بر حسب $J Kg^{-1}$ به صورت رابطه ۱ تعریف می‌شود:

$$\nabla^2 U = -4\pi G \rho \quad \text{رابطه ۱}$$

که در این رابطه G ثابت گرانشی جهانی با مقدار $6.67 \times 10^{-11} (J m Kg^{-2})$ و چگالی توده سنگ بر حسب $Kg m^{-3}$ است (تلدورف^۱ ۱۹۹۰). معادله پواسون در الکترواستاتیک در رابطه با پتانسیل الکتریکی (V) بر حسب ولت به صورت رابطه ۲ تعریف می‌شود:

$$\nabla^2 V = \frac{-\rho_c}{\epsilon} \quad \text{رابطه ۲}$$

که در این رابطه ρ_c چگالی بار و ϵ ثابت دی‌الکتریک است (جکسون^۲ ۱۹۹۸). با جایگزینی $\epsilon = 1/4\pi G$ و $\rho = \rho_c$ و $U=V$ به‌سادگی یک مدل انرژی پتانسیل گرانشی در نرم‌افزار کامسول تولید می‌شود (باتلر و سینها^۳ ۲۰۱۲).

مدل‌سازی وارون گرانی‌سنجی

به صورت ساده، تئوری وارون با سه فرض شروع می‌شود:

- یک مجموعه داده از اندازه‌گیری‌های میدانی
- یک تئوری فیزیکی یا مدل پیشرو بر اساس رفتار سیستم
- یک مجموعه داده از مقادیر ناشناخته

اندازه‌گیری‌ها از شبیه‌سازی سیستم به منزله یک بردار $y (n \times 1)$ و پارامترهای ناشناخته به صورت مشابه در بردار $s (m \times 1)$ تخمین زده می‌شوند. با فرض اینکه مدل پیشرو یک سیستم با معادله خطی است، می‌توانیم یک مدل با یک ماتریس $m \times n$ بردار G تعریف کنیم که Gs با یک مرحله اجرا از مدل پیشرو مقادیر مورد انتظار را محاسبه کند. برخی مسائل در علوم زمین، مثل لرزه‌نگاری و GPR، می‌توانند به مثابه یک مسئله خطی به طور قابل قبول و مؤثر تخمین زده شوند (کراذیف و کیتانیدیس ۲۰۰۸).

از آنجا که y حاوی خطای اندازه‌گیری است، فرض اینکه معادله $y=Gs$ دقیقاً درست باشد غیر منطقی است؛ بنابراین $s=G^{-1}y$. همچنین ماتریس G به طور کلی مربعی یا معکوس‌پذیر نیست. معمول‌ترین شیوه در تئوری وارون تلاش برای کم کردن باقی‌مانده یا تطابق داده‌هاست. یک تابع هدف، که می‌تواند در نرم ۲ باقی‌مانده مینیمم شود، به صورت رابطه ۳ تعریف می‌شود:

1. Telford
2. Jackson

$$\min(y_{obs} - y_{pre})^2 = \min_s (y - Gs)^T (y - Gs) \quad \text{رابطه ۳}$$

در این مورد به اندازه کافی داده‌های مشاهده‌ای برای محصور کردن پارامترهای ناشناخته وجود خواهد داشت (یعنی $n \gg m$ و G از درجه m است) که به منزله یک دستگاه معادلات بیش‌تعیین شده خطی^۱ نامیده می‌شود. به صورت معمول، حل معادلات معکوس خطی دشوارتر از حل معادلات نرمال است. درحالی‌که اگر معادلات غیر خطی و نامعین باشند، پیچیدگی مسئله بیشتر و زمان محاسبات نیز بسیار طولانی‌تر خواهد شد. این بدین معنی است که برای ایجاد هر اختلال در سیستم به اجرای مدل پیشرو نیاز است و این یعنی $m+1$ اجرای مدل پیشرو، که در مسائل نامعین که مقدار m خیلی بزرگ است، بسیار کند و زمان‌بر خواهد شد. بنابراین، استفاده از یک عملگر کمکی در حل مسئله وارون می‌تواند بسیار مفید واقع شود.

عملگرهای کمکی یک روش مرسوم برای کاهش حجم محاسبات در مسائل وارون است. برای درک بهتر نقش عملگرهای کمکی در مسائل وارون مطالعه مراجع (لویس^۲ ۱۹۹۶؛ تاونلی^۳ و ویلسون^۴ ۱۹۸۵؛ سایک^۴ و همکاران ۱۹۸۵؛ نیوپاور^۵ و ویلسون ۱۹۹۹) کمک بسیار زیادی خواهد کرد. در این پژوهش راهکار قدرتمند فرم ضریب در دستگاه معادلات مشتقات جزئی^۶ (PDE) در کامسول به کار گرفته شد تا زمان مورد نیاز برای محاسبه ماتریس حساسیت در حل یک معادله نامعین غیر خطی، بدون از دست رفتن دقت، کاهش یابد. مزیت این روش این است که ضمن کاهش قابل توجه زمان محاسبات انواع فیزیک‌های مختلف تابع PDE را پوشش می‌دهد و همچنین می‌توان انواع شرایط مختلف مرزی را در مدل‌های مختلف به کار گرفت. برخی از کاربردهای این روش در علوم زمین شامل پتانسیل خودزا، الکترومغناطیس، GPR، تخمین منشأ آلودگی‌های محیطی، و تخمین هدایت هیدرولیکی است.

تابع هدف در حل مسائل وارون نامعین می‌تواند به صورت مجموع شرط سازگاری و ناسازگاری طبق رابطه ۳ نوشته شود:

$$L(y, s) = L_{fitness}(y, s) + L_{Penalty}(s) \quad \text{رابطه ۳}$$

که در رابطه ۳

$$L_{fitness}(y, s) = (y - h(s))^T R^{-1} (y - h(s)) \quad \text{رابطه ۴}$$

که در این رابطه y بردار ردیفی m بعدی از مقادیر اندازه‌گیری شده، s بردار ردیفی n بعدی از مقادیر پارامترها، $h: R_n \rightarrow R_m$ مدل پیشرو است که مقادیر پارامتر را اندازه‌گیری می‌کند. R هم ماتریس کواریانس m در m از خطاهای اندازه‌گیری است. با فرض اینکه خطاهای اندازه‌گیری مستقل و به صورت یکسان و با واریانس σ_R^2 توزیع می‌شوند، ماتریس R به صورت $R = \sigma_R^2 I$ محاسبه می‌شود که I ماتریس واحد m در m است. شرط ناسازگاری^۷ برای مسائلی استفاده می‌شود که تعداد پارامترها (n) بسیار بیشتر از تعداد اندازه‌گیری‌ها (m) باشد. با استفاده از استدلال زمین‌آمری

1. linear, overdetermined system
2. Louis
3. Townley
4. Sykes
5. Neupauer
6. partial differential equation
7. Penalty term

کیتانیدیس^۱ و فرضیه مرسوم در علوم زمین، که توزیع فضایی پارامترها از یک توزیع زمین آماری و توسط واریوگرامهای تجربی تبعیت می کنند (کیتانیدیس ۱۹۹۵)، شرط ناسازگاری به کمک رابطه ۵ قابل محاسبه است:

$$L_{Penalty} = (s - X\beta)^T Q^{-1} (s - X\beta) \quad \text{رابطه ۵}$$

که در این رابطه Q^{-1} ماتریس کواریانس فضایی n در n بعدی Q با رابطه ۶ است:

$$Q = E[(s - X\beta)(s - X\beta)^T] \quad \text{رابطه ۶}$$

X ماتریس n بعدی واحد و β ثابت اسکالر و میانگینی از پارامترهای ساختاری و آماری پردازش است. ماتریس Q متقارن یا باید تخمین زده شود یا از اطلاعات قبلی به دست می آید. عناصر ماتریس کواریانس فقط تابعی از فاصله بین نقاط متناظر در فضا $Q_{i,j} = q(|X_i - X_j|)$ است که این وابستگی به کمک رابطه ۷، که می توانند توسط تعداد کمی پارامتر بر داده ها تطبیق یابند، بیان می شود:

$$\gamma(X_i - X_j) = q(0) - q(|X_i - X_j|) \quad \text{رابطه ۷}$$

بنابراین، برای شرط ناسازگاری، عناصر ماتریس کواریانس Q با استفاده از واریوگرافی داده های ورودی و تعیین شاخص های فضایی زمین آماری داده ها به آسانی محاسبه می شود. به جای ماتریس Q^{-1} ، که سنگین است و به صرف زمان زیادی در محاسبات نیاز دارد، شرط ناسازگاری به دو بخش مجزا تقسیم می شود:

$$L_{Penalty} = (s - X\beta)^T u \quad \text{رابطه ۸}$$

$$u = Q^{-1} (s - X\beta)$$

بردار کمکی u دارای طول مشابه بردار s است. بنابراین، حل معادله خطی $Qu = s - X\beta$ برای مقدار u بسیار ساده و سریع تر خواهد بود.

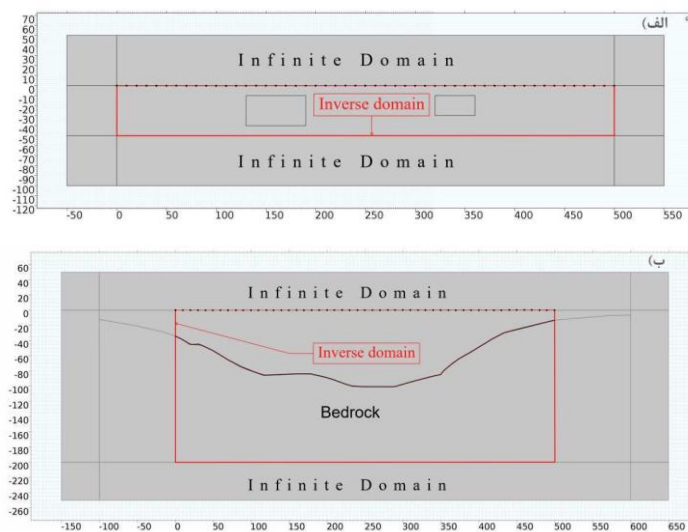
ساخت مدل مصنوعی و اجرای مدل سازی وارون

برای اینکه بتوان روش به کاررفته در مدل سازی وارون گرانی را ارزیابی و اعتبارسنجی کرد، دو مدل مصنوعی آنچه در شکل ۱ آمده ساخته شد. در شکل ۱ الف دو مستطیل با اختلاف چگالی ۱۰۰ کیلوگرم بر متر مکعب نسبت به محیط اطراف قرار گرفته است. شکل ۱ ب هم یک برش از مدل مصنوعی از عرض یک آبخوان فرضی به طول ۵۰۰ متر را نشان می دهد. در این آبخوان فرضی سنگ کف با اختلاف چگالی ۱۰۰ کیلوگرم بر متر مکعب با حداکثر عمق ۱۰۰ متر در زیر رسوبات آبرفتی واقع شده است. همان طور که در هر دو شکل نیز مشاهده می شود، مدل های مصنوعی در محدوده هایی با مرزهای نامحدود^۲ محصور شده اند.

در مرحله بعد با استفاده از روابط مدل سازی پیشرو (روابط ۱ و ۲) داده های مصنوعی تولید و شدت میدان گرانی بر حسب میلی گال توسط نقاطی در سطح با فواصل ۱۰ متر از یکدیگر، که با دایره های سیاه رنگ در شکل ۱ مشخص

1. Kitanidis
2. Infinite domain

شده، اندازه‌گیری شدند. با اضافه کردن درصدی از نویز تصادفی بین ۵- تا ۵+ درصد، از این داده‌ها به منزله ورودی و داده‌های مشاهداتی برای اجرای وارون‌سازی (روابط ۳ تا ۸) استفاده شد. همچنین، برای حل معادلات، روش حل مسئله غیر خطی کمترین مربعات^۱ با استفاده از الگوریتم لونبرگ - مارکوارت^۲ به کار گرفته شد. همه محاسبات در محدوده قرمز رنگ^۳ نشان داده شده در شکل ۱ برای پیکسل‌هایی به ابعاد ۱۰ در ۱۰ متر مربوط به مدل مصنوعی شکل ۱ الف و ۱۰ در ۵ متر مربوط به مدل آبخوان مصنوعی شکل ۱ ب انجام شد و نتایج آن در شکل‌های ۲ و ۳ قابل مشاهده است. همان‌طور که شکل ۲، که نتیجه محاسبات حاصل از مدل مصنوعی شکل ۱ الف است، نشان می‌دهد، ضمن تفکیک قابل قبول محدوده مستطیل‌های چگال، چه از لحاظ عمقی چه از لحاظ تغییرات جانبی (تصویر بالا در شکل ۲)، تطابق قابل قبولی بین منحنی‌های مربوط به مقادیر ورودی یا مشاهداتی (خطوط سیاه‌رنگ در شکل ۲) و مقادیر محاسبه شده (خط ممتد قرمز رنگ در شکل ۲) دیده می‌شود. در شکل ۳ هم، که مربوط به نتایج وارون‌سازی مدل آبخوان مصنوعی واقع در شکل ۱ ب است، هندسه سنگ کف به خوبی نمایان شده است و تطابق مقادیر مشاهداتی و محاسبه شده نیز قابل قبول‌اند. نکته قابل بیان در شکل‌های ۲ و ۳ این است که مقادیر اختلاف چگالی در این شکل‌ها کمی کمتر از مقدار واقعی اندازه‌گیری شده است که دلیل آن می‌تواند هم اضافه کردن نویز در داده‌های حاصل از مدل‌سازی پیشرو باشد هم وجود اختلاف بین چگالی حجمی^۴ و چگالی ماتریس سنگ^۵.

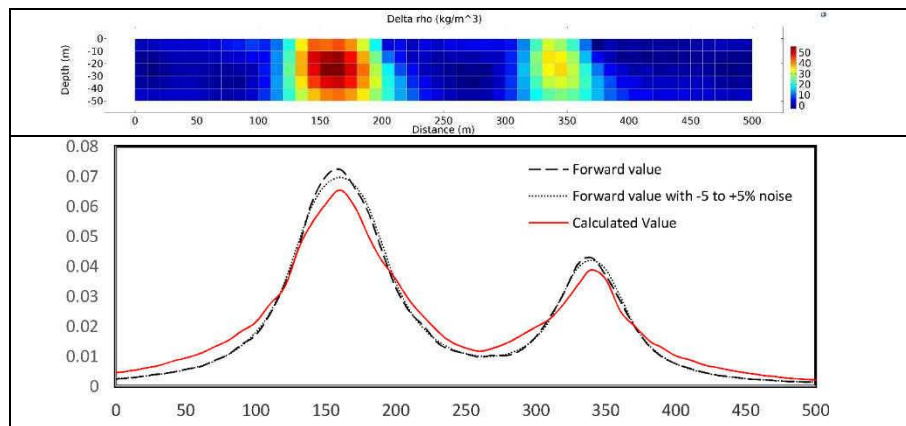


شکل ۱. مدل ساخته شده برای ایجاد داده‌های مصنوعی

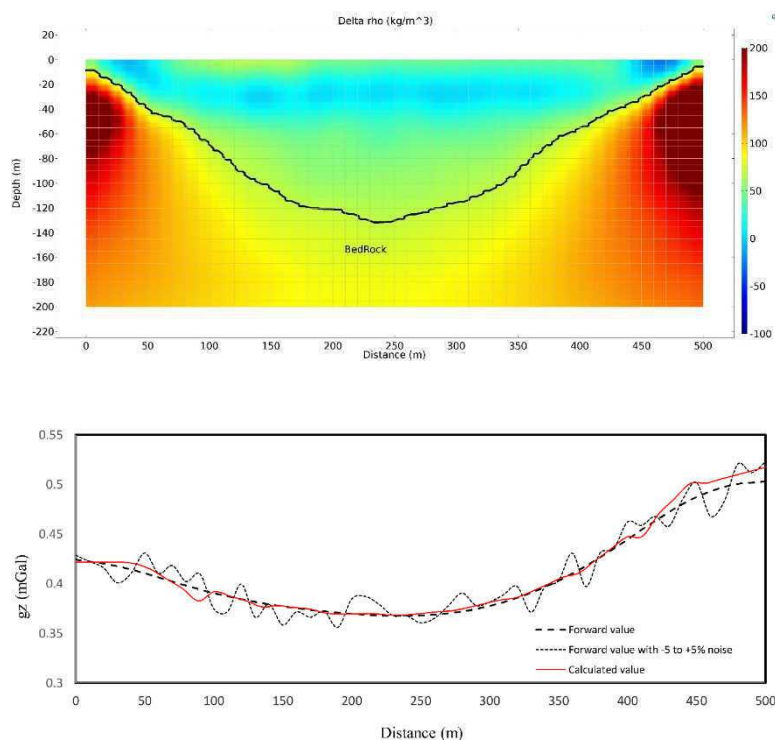
الف) دو مستطیل با اختلاف چگالی ۱۰۰+ کیلوگرم بر متر مکعب نسبت به محیط اطراف؛ ب) مدل آبخوان مصنوعی با اختلاف ۱۰۰ کیلوگرم بر متر مکعب بین سنگ کف متراکم و رسوبات آبرفتی

1. non-linear least squares
2. Levenberg-Marquardt algorithm
3. Inverse Domain
4. bulk density
5. rock matrix density

(محدوده حل مسئله وارون با خطوط قرمز و محل اندازه‌گیری شدت میدان گرانی با نقاط سیاه‌رنگ در این شکل‌ها مشخص شده است).



شکل ۲. نتیجه مدل‌سازی وارون داده‌های حاصل از مدل مصنوعی شکل ۱ الف

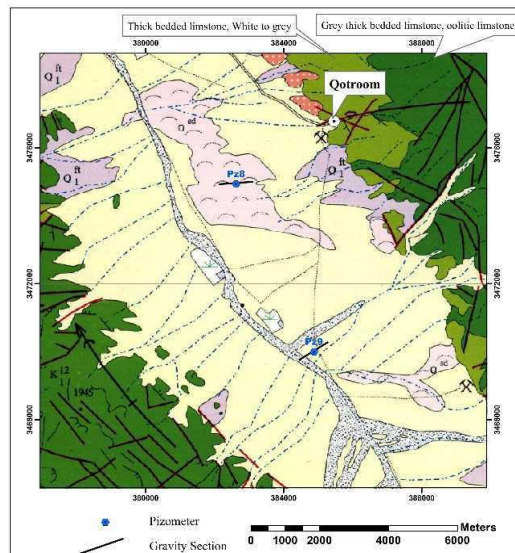


شکل ۳. نتیجه مدل‌سازی وارون داده‌های حاصل از مدل آبخوان مصنوعی شکل ۱ ب

مطالعه موردی (دشت قطروم)

دشت قطروم به ترتیب در فاصله حدود ۱۵۰ کیلومتری و ۴۰ کیلومتری جنوب‌غرب شهرهای یزد و بافق قرار دارد. این دشت در شمال‌شرق برگه یکصد هزار بساب و بین واحدهای آهکی ضخیم‌لایه دوران کرتاسه محصور شده و از زیرحوضه‌های دشت بافق و یکی از تغذیه‌کننده‌های اصلی دشت بافق و کویر دره انجیر است. در این دشت ۱۱ چاه

پیزومتر به صورت پراکنده حفاری شده و با توجه به نمودار حفاری این چاه‌ها سنگ کف دشت قطروم را واحدهای آهکی ضخیم‌لایه‌کرتاسه تشکیل داده است. در کنار دو چاه پیزومتر شماره ۸ و ۹، که شرکت آب منطقه‌ای یزد در سال ۱۳۸۲ به صورت ضربه‌ای حفاری کرده، دو پروفیل گرانی‌سنجی با دستگاه CG5 با دقت بسیار بالا و در حد هزارم میلی‌گال برای بررسی سنگ کف و همچنین بررسی دقت مدل‌سازی وارون با استفاده از روش گرانی‌سنجی برداشت شد. شکل ۴ موقعیت این پروفیل‌ها و چاه‌های پیزومتر شماره ۸ و ۹، واقع در انتهای‌ترین بخش جنوب‌شرقی دشت قطروم، را نشان می‌دهد. پروفیل‌های گرانی‌سنجی به گونه‌ای طراحی و برداشت شدند که چاه‌های پیزومتر در مرکز این پروفیل‌ها قرار بگیرند. طول پروفیل‌های گرانی‌سنجی واقع در کنار چاه‌های شماره ۸ و ۹، به ترتیب، ۱۰۲۰ و ۱۰۴۰ متر و فواصل ایستگاه‌های گرانی‌سنجی ۲۰ متر بود و پس از نقشه‌برداری ارتفاعی، تصحیحات زمانی، ارتفاعی، عرض جغرافیایی، و بوگه اعمال و به عنوان ورودی نرم‌افزار کامسول برای مدل‌سازی وارون سنگ کف آماده شدند.



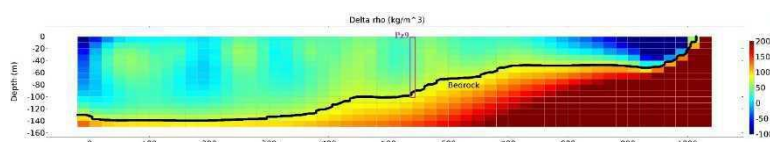
شکل ۴. موقعیت پروفیل‌های گرانی‌سنجی برداشت‌شده در کنار چاه‌های پیزومتریک شماره ۸ و ۹ روی نقشه زمین‌شناسی

نتیجه مدل‌سازی وارون داده‌های گرانی در کنار چاه‌های پیزومتر ۸ و ۹، که به ترتیب در اعماق ۹۷ و ۸۲ متری به سنگ کف آهکی و متراکم برخورد کرده‌اند، در شکل‌های ۵ و ۶ نشان داده شده است. در این شکل‌ها اختلاف چگالی بر حسب کیلوگرم بر متر مکعب است و برای پروفیل واقع در کنار چاه پیزومتر شماره ۹ (شکل ۵) اختلاف بیشینه و کمینه این مقدار ۳۰۰ کیلوگرم بر متر مکعب یا ۰/۳ گرم بر سانتی‌متر مکعب محاسبه شده و خط ممتد سیاه‌رنگ در این شکل، که با سنگ کف واقع در چاه شماره ۹ تطبیق داده شده، مربوط به تراز ۷۷ کیلوگرم بر متر مکعب است. بنابراین، می‌توان نتیجه گرفت که سنگ کف آهکی در این محدوده از دشت قطروم می‌تواند حدود ۱۷۷ کیلوگرم بر متر مکعب با رسوبات سطحی و آبرفتی اختلاف چگالی داشته باشد.

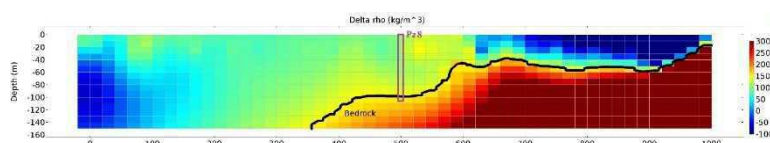
در شکل ۶ نیز، که اختلاف چگالی در قسمت‌های مختلف رسوبات زیرسطحی را بر حسب کیلوگرم بر متر مکعب در

کنار چاه پیزومتر ۸ نشان می‌دهد، اختلاف بیشینه و کمینه چگالی حدود ۴۰۰ کیلوگرم بر متر مکعب برآورد شده است و با توجه به اطلاعات حفاری چاه پیزومتریک شماره ۸، که در عمق ۹۷ متری به لایه‌های متراکم آهکی برخورد کرده است، تراز منحنی ۱۵۰ کیلوگرم بر متر مکعب به عنوان سطح تقریبی سنگ کف در نظر گرفته شده و با خط ممتد سیاه‌رنگ در این شکل مشخص شده است. بنابراین، سنگ کف آهکی در این بخش از دشت می‌تواند حدود ۲۵۰ کیلوگرم بر متر مکعب با سایر رسوبات سطحی و آبرفتی اختلاف چگالی داشته باشد.

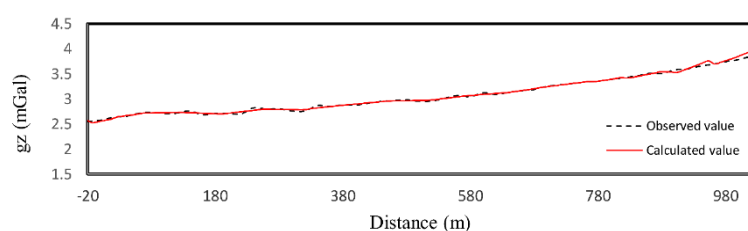
برای اینکه بتوان نتایج حاصل از مدل‌سازی وارون گرانی‌سنجی را اعتبارسنجی کرد، نتایج داده‌های برداشت‌شده (مشاهده‌ای) و محاسبه‌شده با یک‌دیگر تطابق داده شده و در شکل‌های ۷ و ۸ نمایش داده شده است. در این نمودارها، خط‌چین سیاه‌رنگ داده‌های مشاهده‌ای و خطوط ممتد قرمز رنگ نتایج حاصل از مدل‌سازی وارون و محاسبه‌شده را نشان می‌دهد که تطابق قابل قبول بین آن‌ها برقرار است.



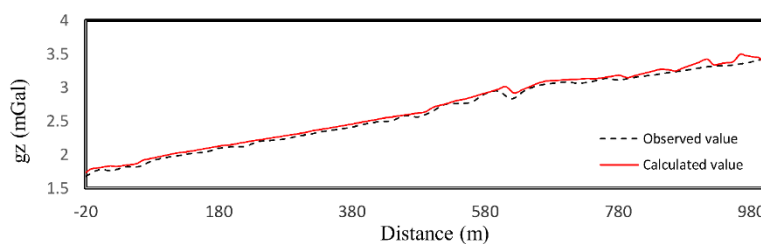
شکل ۵. نتایج حاصل از مدل‌سازی وارون داده‌های گرانی‌سنجی پروفیل واقع در کنار چاه پیزومتر شماره ۹



شکل ۶. نتایج حاصل از مدل‌سازی وارون داده‌های گرانی‌سنجی پروفیل واقع در کنار چاه پیزومتر شماره ۸

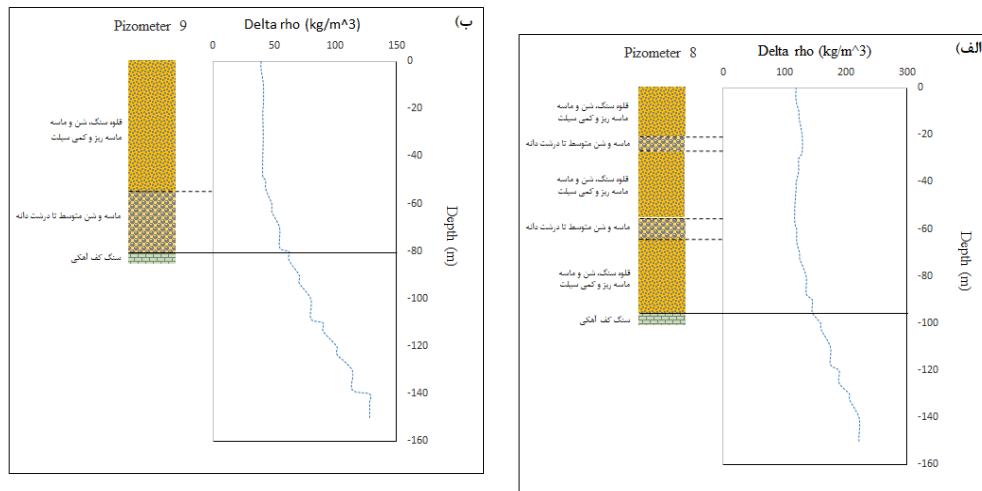


شکل ۷. نتایج اعتبارسنجی حاصل از مدل‌سازی وارون پروفیل واقع در کنار چاه شماره ۹ (خط‌چین سیاه‌رنگ مقادیر مشاهده‌ای و برداشت‌شده و خط ممتد قرمز رنگ مقادیر محاسبه‌شده)



شکل ۸. نتایج اعتبارسنجی حاصل از مدل‌سازی وارون پروفیل واقع در کنار چاه شماره ۸ (خط‌چین سیاه‌رنگ مقادیر مشاهده‌ای و برداشت‌شده و خط ممتد قرمز رنگ مقادیر محاسبه‌شده)

برای مقایسه بهتر تغییرات عمقی در طول چاه‌های پیزومتر ۸ و ۹، مقادیر اختلاف چگالی محاسبه‌شده با روش وارون‌سازی در طول این چاه‌ها با نمودار حفاری آن‌ها در شکل ۹ نشان داده شده است.



شکل ۹. مقایسه مقادیر اختلاف چگالی محاسبه‌شده در روش وارون‌سازی در طول چاه‌های شماره ۸ (الف) و شماره ۹ (ب) با نمودار حفاری آن‌ها

نتیجه

برای مدل‌سازی وارون‌سازی روش گرانی‌سنجی از تکنیک زمین‌آماری و بهینه‌سازی غیر خطی کمترین مربعات با کمک الگوریتم لونبرگ-مارکوارت استفاده شد. اساس این روش تطابق رفتار فضایی زمین‌آماری داده‌های مشاهده‌ای یا برداشت‌شده با نتایج محاسبه‌شده است. این کار با استفاده از واروگرافی داده‌های ورودی و محاسبه‌شده و بهینه‌سازی در چندین تکرار انجام شد. نتایج وارون‌سازی گرانی‌سنجی در بخشی از دشت قطروم نشان داد با استفاده از داده‌های گرانی‌سنجی برداشت‌شده با دقت بالا می‌توان عمق و هندسه سنگ کف رسوبی و آهکی در این بخش از دشت قطروم را به‌خوبی تقریب زد. مزیت مهم روش مورد استفاده قابلیت انعطاف‌پذیری بالای آن و همچنین سرعت بالای محاسبات در استفاده از این روش است. گفتنی است این روش تغییرات عمقی و جانبی سنگ کف را به‌خوبی نمایان می‌کند و از وضوح بالایی برخوردار است؛ اما، ممکن است مقادیر چگالی محاسبه‌شده کمی کمتر از مقدار واقعی تخمین زده شود و در اختیار داشتن حداقل یک چاه اکتشافی حفرشده در سنگ کف در انتخاب تراز اختلاف چگالی در مدل نهایی به منزله سطح سنگ کف ضروری است. استفاده از سایر روش‌ها، مثل مقاومت ویژه الکتریکی و وارون‌سازی مشترک آن با روش گرانی‌سنجی، می‌تواند در تشخیص بهتر هندسه سنگ کف بسیار کمک کند که با استفاده از این روش انعطاف‌پذیر و سریع به‌راحتی قابل اجرا خواهد بود و محققان این پژوهش در حال بررسی آن‌اند. همچنین، این روش می‌تواند انواع فیزیک‌های تابع مشتقات جزئی مثل معادلات ساده و پیشرفته انتشار برجا، معادله هلم هولتز، و ... را پوشش دهد. به‌علاوه اجازه می‌دهد که انواع شرایط مرزی، مثل دریکله و نیومن و شرایط مرزی ترکیبی، در مدل‌های مختلف استفاده شود.

تشکر و قدردانی

با تشکر و قدردانی از شرکت سهامی آب منطقه‌ای یزد به علت در اختیار گذاشتن اطلاعات هیدروژئولوژیکی و نمودار چاه‌های پیزومتر حفاری شده در دشت قطروم.

منابع

- Balacco, M., Galli, P., Giocoli, A., Gueguen, E., Lapenna, V., Perrone, A., Piscitelli, S., Rizzo, E., Romano, G., Siniscalchi, A., & Votta, M. (2011). "Deep geophysical electromagnetic section across the middle Aterno Valley (central Italy): preliminary results after the April 6, 2009 L'Aquila earthquake", *Bollettino di Geofisica Teorica ed Applicata*, Vol. 52, n. 3, pp. 443-455.
- Balasco, M., Giocoli, A., Lapenna, V., Rizzo, E., Romano, G., & Votta, M. (2008). "Deep resistivity image of the Agri Valley (Southern Italy)", 14th European Meeting of Environmental and Engineering Geophysics Kraków, Poland, pp. 15-17.
- Braun, M., Rommel, I., & Yaramanci, U. (2005). "Modelling of magnetic resonance sounding using finite elements (FEMLAB) for 2D resistivity extension", In: Proceedings of the COMSOL Multiphysics User's Conference 2005, Frankfurt.
- Butler, S. L. & Sinha, G. (2012). "Forward modeling of applied geophysics methods using Comsol and comparison with analytical and laboratory analog models", *Computers & Geosciences*, 42: pp. 168-176.
- Cardiff, M. & Kitanidis, P. K. (2008). "Efficient solution of nonlinear, underdetermined inverse problems with a generalized PDE model", *Computers & Geosciences*, 34: pp. 1480-1491.
- Colella, A., Lapenna, V., & Rizzo, E. (2004). "High-resolution imaging of the High Agri Valley Basin (Southern Italy) with electrical resistivity tomography", *Tectonophysics*, 386: pp. 29-40.
- COMSOL Multiphysics, User's Guide (2017). Version 5.2, COMSOL AB, Stockholm, Sweden.
- Farquharson, C. G. & Mosher, C. R. W. (2009). "Three-dimensional modelling of gravity data using finite differences", *Journal of Applied Geophysics*, 68: pp. 417-422.
- Giocoli, A., Burrato, P., Galli, P., Lapenna, V., Piscitelli, S., Rizzo, E., Romano, G., Siniscalchi, A., Magr, C., & Vannoli, P. (2008). "Using the ERT method in tectonically active areas: hints from Southern Apennine (Italy)", *Advances in Geosciences*, 19: pp. 61-65.
- Jackson, J. D. (1998). *Classical Electrodynamics*, Wiley, New York.
- Kalavagunta, A. & Weller, R. A. (2005). Accurate geometry factor estimation for the four point probe method using COMSOL multiphysics, In: Proceedings of the Comsol Users Conference, Boston.
- Kitanidis, P. K. (1995). "Quasi-linear Geostatistical Theory for Inversing", *Water Resources Research*, vol. 31, no. 10, pp. 2411-2419.
- Louis, A. K. (1996). "Approximate inverse for linear and some nonlinear problems", *Inverse Problems* 12: pp. 175-190.
- Neupauer, R. M. & Wilson, J. L. (1999). "Adjoint method for obtaining backward-in-time location and travel time probabilities of a conservative groundwater contaminant", *Water Resources Research* 35, (11): pp. 3389-3398.

- Park, J., Bjornara, T. I., & Farrelly, B. A. (2010). "Absorbing boundary domain for CSEM 3D modelling", In: Excerpt from the Proceedings of the COMSOL Conference 2010, Paris.
- Santilano, A., Godio, A., Manzella, A., Menghini, A., Rizzo, E., Romano, G., & Viezzoli, A. (2015). "Electromagnetic and DC methods for geothermal exploration in Italy – case studies and future developments", *Near Surface Geoscience*, vol. 33, pp. 81-86.
- Stoll, J. B. (2005). "FE-modelling of electrical borehole tool responses", In: Proceedings of the COMSOL Multiphysics User's Conference 2005, Frankfurt.
- Storz, H., Storz, W., & Jacobs, F. (2000). "Electrical resistivity tomography to investigate geological structures of the earth's upper crust", *Geophysical Prospecting*, 48: pp. 455-471
- Sykes, J. F., Wilson, J. L., & Andrews, R. W. (1985). "Sensitivity analysis for steady state groundwater flow using adjoint operators", *Water Resources Research* 21, (3): pp. 359–371.
- Talwani, M. & Ewing, M. (1960). "Rapid computation of gravitational attraction of three-dimensional bodies of arbitrary shape", *Geophysics*, 25: pp. 203–225.
- Talwani, M. & Heirtzler, J. R. (1964). "Computation of magnetic anomalies caused by two-dimensional structures of arbitrary shape", In: Parks, G. A. (Ed.): Computers in the Mineral Industries, School of Earth Sciences, Stanford University (Publ.), pp. 464–480.
- Talwani, M. (1965). "Computation with the help of a digital computer of magnetic anomalies caused by bodies of arbitrary shape", *Geophysics*, 30(5): pp. 797–817.
- Talwani, M., Worzel, J. L., & Landisman, M. (1959). "Rapid gravity computations for two-dimensional bodies with application to the Mendocino submarine fracture zone", *Journal of Geophysical Research*, 64: pp. 49–59.
- Tamburriello, G., Balasco, M., Rizzo, E., Harabaglia, P., Lapenna, P., & Siniscalchi, A. (2008). Deep electrical resistivity tomography and geothermal analysis of Bradano foredeep deposits in Venosa area (Southern Italy): preliminary results *Annals of geophysics*, vol. 51, n. 1.
- Telford, W. M., Geldart, L. P., & Sheriff, R. E. (1990). *Applied Geophysics*, 2nd ed. Cambridge University Press, Cambridge.
- Townley, L. R. & Wilson, J. L. (1985). "Computationally efficient algorithms for parameter estimation and uncertainty propagation in numerical models of groundwater flow", *Water Resources Research* 21, (12): pp. 1851–1860.
- Volkman, J., Mohnke, O., Klitzsch, N., & Blaschek, R. (2008). "Microscale modelling of the frequency dependent resistivity of porous media", In: Proceedings of the COMSOL Conference 2008, Hanover.
- Zhang, J., Wang, C.-Y., Shi, Y., Cai, Y., Chi, W.-C., Dreger, D., Cheng, W. B., & Yuan, Y. H. (2004). "Three-dimensional crustal structure in central Taiwan from gravity inversion with a parallel genetic algorithm", *Geophysics*, 69: pp. 917–924.